	<p align="center">UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</p> <p align="center">PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS</p> <p align="center">Curso 2024-2025</p> <p>MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES</p>	
<p align="center">INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</p> <p>Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.</p> <p>Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.</p> <p>CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.</p> <p>TIEMPO: 90 minutos.</p>		

OPCIÓN A

Ejercicio 1

La siguiente función representa el beneficio de una empresa en función de su facturación (x):

$$f(x) = 8x - 4x^2 + 4 \quad (x \geq 0)$$

- (1 punto) Determine el valor de x para el que el beneficio sea máximo
- (1 punto) Obtenga el valor del área entre la gráfica de f y el eje de abscisas en el intervalo $[1,2]$.

Ejercicio 2

Considere la función f dependiente del parámetro real $a \neq 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{3x-2}, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

- (1 punto) Estudie el dominio y la continuidad de f en función de los valores de a .
- (1 punto) Para $a = 2$, estudie $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2/3} f(x)$

Ejercicio 3

Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2y \geq x ; 2 \leq x \leq 5 ; 0 \leq y \leq 5 \}$$

- (1 punto) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
- (1 punto) Determinénse el punto en el que la función $f(x, y) = -3x + 4y$ alcanza su valor máximo en S , indicando el valor de f en dicho punto.

Ejercicio 4

En una determinada población en el 20% de los hogares hay algún miembro con intolerancia alimentaria. El 60% los hogares en los que hay algún miembro con intolerancia alimentaria han solicitado alguna ayuda social. El 25% los hogares en los que no hay algún miembro con intolerancia alimentaria han solicitado alguna ayuda social. Se elige un hogar al azar. Calcule la probabilidad de que:

- Haya solicitado alguna ayuda social.
- Haya algún miembro con intolerancia alimentaria sabiendo que han solicitado alguna ayuda social

Ejercicio 5

El gasto mensual en Euros (€) en productos de limpieza en una determinada población es una variable aleatoria cuya distribución es Normal con desviación típica 25€.

- Determine el tamaño mínimo de la muestra para que, con un nivel de confianza del 95%, el error del intervalo de confianza para la media sea inferior a 5€.
- Determine los valores de la media muestral y el tamaño de la muestra con que se obtuvo el intervalo de confianza del 95%, (84,5; 91,5).

OPCIÓN B

Ejercicio 1

Considere la función real de variable real $f(x) = x^2 - 1$

- a) (1 punto) Esboce la gráfica de f .
- b) (1 punto) Calcule $\int_0^3 f(x)dx$.

Ejercicio 2

Considere la siguiente matriz dependiente del parámetro real a : $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a+1 & -2 & 2 \\ 2a & -2a & -2a \end{pmatrix}$

- a) (1 punto) Discuta el rango de M para los distintos valores de a
- b) (1 punto) Tome $a = 1$ y considere el sistema de ecuaciones $M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Justifique si existe, alguna solución distinta de $x = y = z = 0$. En caso afirmativo encuentre una.

Ejercicio 3

Considere la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

- a) (1 punto) Calcule $(AA^t)^2$
- b) (1 punto). Calcule $(A^t A)^{-1}$

Ejercicio 4

Un opositor estudia en dos bibliotecas. La probabilidad de que el manual de la oposición esté disponible en la primera es 0,6, y la probabilidad de que esté libre en la segunda es 0,8. La probabilidad de que esté libre en las dos es 0,5. Calcule la probabilidad de que el manual:

- a) No esté disponible en ninguna de las dos.
- b) Esté disponible en una de ellas y en la otra no.

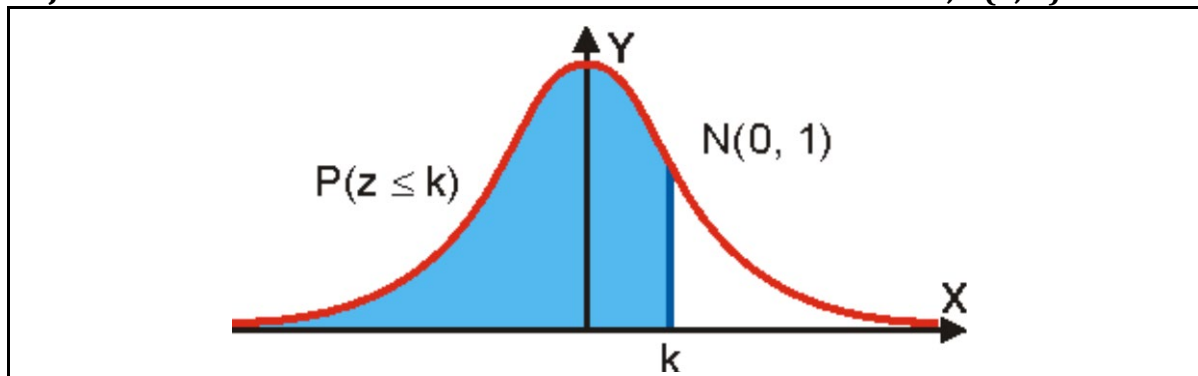
Ejercicio 5

La densidad del aceite en kilogramos por metro cúbico (kg/m^3) es una variable aleatoria Normal con desviación típica 120 kg/m^3 . Se tomó una muestra aleatoria simple de 9 explotaciones aceiteras.

Sabiendo que la media muestral fue $\bar{x} = 850 \text{ kg/m}^3$

- a) Obtenga un intervalo de confianza al 95% para la densidad media.
- b) Determine el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error sea inferior a 10 kg/m^3 .

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999