

 <p>Universidad Rey Juan Carlos</p>	<p align="center">UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</p> <p align="center">PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS</p> <p align="center">Curso 2024-2025</p> <p>MATERIA: MATEMÁTICAS II</p>	
<p align="center">INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN</p> <p><u>Estructura de la prueba:</u> la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales consta de cinco preguntas que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.</p> <p><u>Puntuación:</u> la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.</p> <p><u>Tiempo:</u> 1 hora y 30 minutos.</p>		

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar la posición relativa de las rectas r_1 y r_2 dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r_1 \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 - 2\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = 2 - \mu \\ y = 1 - 2\mu \\ z = 1 - \mu \end{cases}$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5} - (x + 2).$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular la siguiente integral:

$$\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx.$$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Se tiene la matriz $C = (AB)^t$ (es decir C es la traspuesta del producto de matrices $A \cdot B$), donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & -0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) (1 punto) Calcular los valores de a que hacen que C sea inversible.
(b) (1 punto) Calcular, si es posible, la inversa de C cuando $a=0$.

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Si se tiene el sistema lineal de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} x & -y & -az = & -1 \\ x & +ay & +z = & 1 \\ & ay & +z = & 1 \end{cases}$$

- (a) (1.5 puntos) Estudiar si el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible en función de los valores del parámetro a .
(b) (0.5 puntos) Resolver el sistema, si es posible, cuando $a=1$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Dada la función de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(x)-a}{x} & \text{si } x < 0, \\ bx & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

(a) (1 punto) Estudiar para qué valores de a y b la función $f(x)$ es continua en todo su dominio.

(b) (1 punto) Estudiar para qué valores de a y b la función $f(x)$ es derivable en todo su dominio.

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{3}{x+1} - \frac{12}{x^2 + 6x + 5} \right).$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar la posición relativa de los tres planos dados por las siguientes ecuaciones:

$$\pi_1 \equiv 3x+2y+3z = -1, \quad \pi_2 \equiv 2x+3y-5z = 7, \quad \pi_3 \equiv 7x+8y-7z = 13.$$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Consideremos las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & \lambda \\ 4 & 4 & 2\lambda \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

(a) (1 punto) Estudiar el rango de A según los valores de λ .

(b) (1 punto) Resuelve el sistema $A \cdot X = B$ cuando $\lambda=2$.

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Consideremos la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -a & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) (1 punto) Calcular los valores de a que hacen que A sea inversible.

(b) (1 punto) Calcular, si es posible, su matriz inversa cuando $a=-1$.