

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACION: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A**Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.**

Estudiar para qué valores del parámetro λ el sistema siguiente es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible:

$$\begin{cases} x & +y & +\lambda z = \lambda \\ x & +\lambda y & +z = \lambda \\ \lambda x & +y & +z = \lambda \end{cases}$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Estudiar el rango de la matriz siguiente en términos de los valores del parámetro α :

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Hallar la intersección de los planos π_1 y π_2 dados por las ecuaciones siguientes:

$$\pi_1 \equiv x + y + z = 0, \quad \pi_2 \equiv -y + z = 1.$$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2}{\ln(2x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\cos(x) - e^x}.$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Si a y b son dos parámetros reales, consideramos la función definida como

$$f(x) = \frac{ax^2 - 2}{b - x}.$$

Calcula para qué valores de los parámetros la función verifica que $f(-2)=2$ y f es continua en $\mathbb{R} \setminus \{5\}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Estudiar si el siguiente sistema de ecuaciones es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible en función de los valores del parámetro a y calcular la solución en el caso en el que sea compatible determinado:

$$\begin{cases} ax + (a^2 - 2a)y + 2z &= a \\ ax + (a - 2)y &= a - 2 \\ 3ax + (a^2 - 4)y + z &= 4a - 4 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

(a) (1 punto) Dadas las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si para cada número real x consideramos la matriz $C = A^t + x B \cdot A$ (donde A^t es la traspuesta de A), estudia para qué valores de x se cumple que la matriz C tiene rango 2.

(b) (1 punto) Calcula la matriz D que tiene dimensión 3×3 y que cumple que $E^t \cdot D = I_3 - E$, donde I_3 es la matriz identidad 3×3 y

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Dados los puntos $A = [-2, 0, 3]$, $B = [-1, 1, 4]$, $C = [3, 2, 3]$, $D = [5, 4, 5]$, se pide:

- (a) Comprobar que los puntos A , B , C y D son coplanarios y calcular el plano que los contiene.
- (b) Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A y es perpendicular al plano siguiente:

$$\pi \equiv \begin{cases} x &= -2 + \lambda \\ y &= 1 + 2\lambda + 3\mu \\ z &= 1 - 3\lambda - 3\mu \end{cases}$$

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x^3 + 2x^2} - \sqrt{3x^3}}.$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular la siguiente primitiva:

$$\int x e^x dx$$