	<p align="center">UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</p> <p align="center">PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS</p> <p align="center">Curso 2023-2024</p> <p>MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES</p>	<p align="center">MODELO I</p>
<p align="center">INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN</p> <p>Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.</p> <p>Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.</p> <p>CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.</p> <p>TIEMPO: 90 minutos.</p>		

OPCIÓN A

Ejercicio 1

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-3} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- (1 punto) Estudie la continuidad de la función.
- (1 punto) Calcule $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

Ejercicio 2

Considere la siguiente función $f(x) = x^2 e^{-2x}$

- (1 punto) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- (1 punto) Calcule las coordenadas de los posibles máximos y mínimos de la función.

Ejercicio 3

Considere las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Calcule el determinante de la matriz $A^2 B$, y de la matriz BA^2
- (1 punto) Calcule la matriz A^{20}

Ejercicio 4

Se consideran dos sucesos A y B tales que $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ y $P(A/B) = 2/7$.

- (1 punto) ¿Son los sucesos A y B independientes?
- (1 puntos) Calcule $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Nota: \bar{A} y \bar{B} denotan los sucesos complementarios de A y B , respectivamente

Ejercicio 5

La empresa ComiRap sirve menús a domicilio de diferentes restaurantes. En su aplicación publicita que el tiempo medio de entrega es de 25 minutos, aunque tiene una desviación típica de 10 minutos. Si en el turno de mediodía ha servido 35 menús.

- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de entrega haya sido mayor de 30 minutos?
- (1 punto) ¿Cuál sería el error máximo de estimación de los 35 menús servidos para un intervalo de confianza con nivel de significación de 0,05?

OPCIÓN B

Ejercicio 1

Una empresa fabrica botellas de aluminio para deportistas que vende a tiendas especializadas a un precio de 8€. En una de esas tiendas, los clientes compran las botellas a un precio de 12€. El coste de producción de las botellas viene dado por la función $C(x) = 2x^2 + 4$, donde x representa el número de botellas fabricadas por hora.

- (1 punto) Calcule el número de botellas por hora que debe producir la empresa para maximizar su beneficio.
- (1 punto) ¿Cuál sería el ingreso que obtendría la tienda por la venta de las botellas si consiguiera vender todas las unidades que ha fabricado la empresa en una jornada de 8 horas de trabajo?

Ejercicio 2

Sea la función $f(x) = \frac{ax^2}{x+3}$ donde $a \in \mathbb{R}$.

- (1 punto) Calcule el valor del parámetro a sabiendo que la pendiente de la recta tangente a la función en $x = 1$ es $\frac{7}{4}$.
- (1 punto) Estudie las asíntotas de la función para el valor de a calculado en el apartado anterior.

Ejercicio 3

Considere el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x + ay - z & = & 5 \\ x - y + z & = & a \\ 3x + ay + z & = & 5 \end{array} \right\}$$

- (1 punto) Discútalos en función de a .
- (1 punto) Resuélvalos para $a = 0$.

Ejercicio 4

Un detective está investigando un caso de robo. Sabe que, si una persona es culpable, hay un 80% de probabilidad de que se encuentren huellas dactilares en la escena del crimen. También que, si una persona es inocente, hay un 10% de probabilidad de que sus huellas dactilares estén en la escena del crimen debido a visitas anteriores. El detective es consciente de que la probabilidad de que cualquier persona seleccionada al azar sea inocente es del 95%.

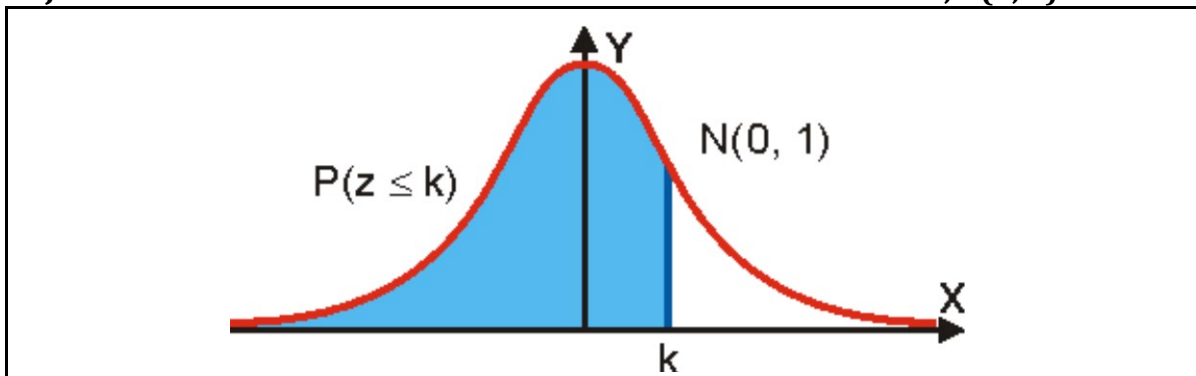
- ¿Cuál es la probabilidad de que encuentres huellas dactilares cuando visitan la escena del robo?
- El detective detiene a un sospechoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea culpable dado que sus huellas dactilares se encontraron en la escena del crimen?

Ejercicio 5

Un grupo de estudiantes de 2º de bachillerato está realizando un estudio sobre la cantidad de tiempo que sus compañeros pasan estudiando cada día. Se sabe que sigue una distribución normal con desviación típica 1 hora. Han recogido una muestra aleatoria de 30 estudiantes y han registrado las horas que cada uno de ellos ha estudiado en un día particular. A continuación, han calculado el tiempo medio de estudio de esos compañeros, que fue de 3,25 horas diarias.

- Estime el intervalo de confianza del 95% para la media de la población.
- Determine el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error sea inferior a 0,25 horas.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999